Optische Eigenschaften

von

Flussspath, Schwefel, Phosphor und Selen.

Optische Eigenschaften von Flussspath, Schwefel, Phosphor u. Selen.

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der Doktorwürde

der

hohen philosophischen Fakultät

der

Universität Rostock.

ACAD.
LUGD.BAT.
BIBL.

Vorgelegt von

Erich Schmidt

aus Berlin.

Herrmann Hadorff & Co., Berlin.

Referent: Prof. Dr. **Heydweiller.**

Meinem lieben Vater
in dankbarer Verehrung.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41553615_0093

I. Uebersicht über die benutzten Methoden und Substanzen.

Das Verhalten einer von grossen ebenen Flächen begrenzten Substanz gegen eine ebene elektromagnetische Strahlung ist durch zwei Konstanten der Substanz — den Absorptionsindex $\varkappa$ und den Brechungsindex ν — vollkommen bestimmt.

Die Untersuchung der Strahlung führt zur Kenntnis der optischen Konstanten $\varkappa$ und ν. Diese Kenntnis hat praktisches und theoretisches Interesse; praktisches, weil z. B. die Verwendung von Gläsern in optischen Instrumenten von den optischen Konstanten abhängt; theoretisches Interesse, weil zwischen den optischen Konstanten und anderen Konstanten, z. B. der Dielektrizitätskonstante und dem elektrischen Leitvermögen, Beziehungen bestehen, welche unsere Anschauung von der Natur der Lichtstrahlung und dem Aufbau einer Substanz wesentlich beeinflußt haben.

Die vorliegende Arbeit hat den Zweck, unsere Kenntnis über die optischen Konstanten von Flussspath, Schwefel, Phosphor und Selen zu erweitern, und zu zeigen, welche Methoden bei verschiedenen Substanzen und Wellenlängen am zweckmässigsten sind.

Die untersuchten Substanzen sind mit den benutzten

sechs Untersuchungsmethoden in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 1.

1	2	3	4	5	6	7
Flussspath Kryst. Schwefel	Tisch 1	20°	Prisma	Eigendisp.	Durchlass	Ablenkg.
Flüss. Schwefel	„	ca. 120°	Zwillings-trog	Fremd-disp.	„	„
Kryst. Schwefel	Vor Spalt	20°	Prisma	„	„	Intensität
Flüssiger Schwefel Flüssiger Phosphor	„	ca. 120° ca. 50°	Zwillings-trog	„	„	„
Flüss. Schwefel	„	ca. 120°	Freie Oberfläche	„	Reflexion	„
Selen	Tisch 2	20°	„	Selektive Ab-sorption	„	Polarisat.

Die untersuchten Substanzen (Spalte 1) befanden sich (siehe Spalte 2) entweder auf dem Tische 1 eines grossen Spektrometers, oder vor dem Spalt dieses Spektrometers, oder auf dem Tisch 2 eines kleinen Spektrometers, welches mit zwei drehbaren Armen versehen ist.

Flussspath, krystallinischer Schwefel und Selen befanden sich bei der Untersuchung auf Zimmertemperatur von etwa 20° (siehe Spalte 3); flüssiger Schwefel und Phosphor wurden elektrisch etwas über ihre Schmelztemperatur erhitzt.

Die Form der untersuchten Substanzen gibt Spalte 4 an. Flussspath und krystallinischer Schwefel wurden als geschliffene Prismen untersucht. Flüssiger Schwefel und flüssiger Phosphor befanden sich in einem Troge mit Quarzwänden und erhielten dadurch Prismenform. Ausserdem wurden Strahlen untersucht, die von der freien Oberfläche von flüssigem Schwefel und von festem Selen reflektiert wurden.

Bei Selen diente ein von Glühlampen beleuchteter Gipsschirm als Lichtquelle; zur Aussonderung einer Gruppe von Wellenlängen aus der Gesamtstrahlung diente eine rote Kupferüberfangglasplatte vor dem Auge des Beobachters, welche infolge ihrer selektiven Absorption im wesentlichen rote Strahlen von etwa 630$\mu\mu$ durchlässt (siehe Spalte 5). Bei allen übrigen Beobachtungen wurden monochromatische Lichtquellen benutzt, und zwar die einzelnen Linien entweder einer Quarzquecksilberlampe oder eines Lichtbogens mit Metalldämpfen oder eines Funkens zwischen Cadmium-, Aluminium- oder Gold-Elektroden. Die Aussonderung einer bestimmten Strahlung geschieht entweder durch die untersuchten Prismen selbst (Eigendispersion), oder durch besondere spektrale Zerlegung (Fremddispersion); letztere wird durch ein zwischen den Objektiven des Spektrometers aufgestelltes Flussspathprisma bewirkt.

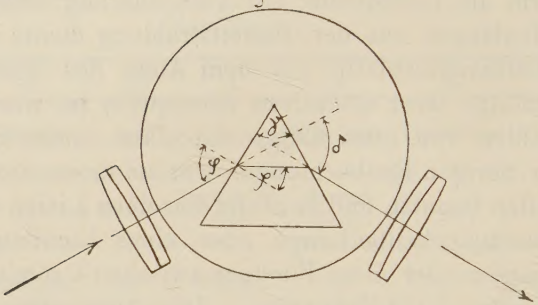
Es ist entweder die Strahlung auf beiden Seiten der untersuchten Substanz (Durchlass), oder nur auf einer Seite derselben (Reflexion) untersucht worden (siehe Spalte 6).

Spalte 7 enthält die der Beobachtung unterzogenen Eigenschaften der Strahlung. Die Beobachtung ist entweder eine geometrische oder eine photometrische; ersteres ist der Fall, wenn die Ablenkung durch ein Prisma, der Prismenwinkel, der Einfallswinkel gemessen wird; letzteres, wenn die Intensität des durchgelassenen oder reflektierten Lichtes geschätzt wird, und wenn der Polarisationsgrad des reflektierten Lichtes gemessen wird.

II. Flussspath.

Um die Brechungsindices von Flussspath zu bestimmen wurde die Methode des bekannten Einfallswkinels (siehe Fig. 1) benutzt.

Fig. 7.



Ist φ der bekannte Einfallswinkel,

γ der Prismenwinkel,

δ die Ablenkung, welche das Prisma den parallelen Strahlen der Wellenlänge λ erteilt, so berechnet sich der Exponent nach den Formeln:[1])

$$(1) \qquad \begin{cases} \operatorname{tg}\left(\varphi' - \frac{\gamma}{2}\right) = \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}\operatorname{cotg}\frac{\gamma+\delta}{2}\operatorname{tg}\left(\varphi - \frac{\gamma+\delta}{2}\right) \\ \nu = \frac{\sin\varphi}{\sin\varphi'}. \end{cases}$$

φ bezw. δ wurden nach der von Herrn Martens a. a. O. beschriebenen Methode subjektiv bezw. photographisch bestimmt.

Das benutzte Spektrometer ist mit zwei Quarz-Flussspath-objektiven ausgestattet. Okular und Camera sind leicht austauschbar. Die Ablesegenauigkeit am Teilkreis beträgt 30 Sek. Verfasser ist der Firma Franz Schmidt & Haensch für die leihweise Ueberlassung des Spektrometers zu grossem Dank verpflichtet. Das vom Verf. benutzte, Herrn Martens gehörige Flussspathprisma ist 30 mm hoch, die brechenden Flächen sind 30 mm × 40 mm gross. Der brechende Winkel ist 60° 0′ 12″.

[1]) Ableitung siehe F. F. Martens, Ann. d. Phys. **6**, 603—640; 1901.

Im sichtbaren Spektralgebiet stimmen die Indices verschiedener Beobachter so gut überein, dass die Exponenten bis auf etwa +2 Einheiten der fünften Dezimale sicher sein dürften. Im Ultraviolett stimmen die vom Verf. erhaltenen Resultate mit denen Gifford's gut überein. Es wird dadurch wahrscheinlich gemacht, dass die früheren von Herrn Martens erhaltenen Werte im äussersten Ultraviolett zu gross sind. Wenn diese Annahme richtig ist, so würden die von Herrn Handke[1]) in dem Gebiete der Schumannstrahlen zwischen 128 und 185 $\mu\mu$ bestimmten Indices von Flussspath alle um einige Einheiten der vierten Dezimale zu hoch sein.

Tab. 2. Exponenten von Flussspath.

Element	λ Gem. in $\mu\mu$	Gifford[2])	Schmidt t = 20°	Martens t = 18°	Simon[3])	Sarasin[4])
Al	185,41	1,50989	1,50989	1,51024	—	1,50940
Al	186,22	—	1,50894	1,50930	—	
Al	193,53	1,50123	1,50121	1,50150	—	1,50205
Au	197,76	—	1,49713	1,49755	—	—
Al	198,99	1,49613	1,49620	1,49643	—	1,49629
Au	200,09	—	1,49508	1,49547	—	—
Au	208,22	—	1,48874	1,48907	—	—
Au	211,08	—	1,48666	1,48705	—	—
Cd	214,45	1,48457	1,48449	1,48480	1,48444	1,48462
Cd	219,46	1,48145	1,48143	1,48167	—	1,48150
Cd	226,11	1,47754	1,47749	—	—	1,47762
Cd	231,29	1,47516	1,47502	1,47533	—	1,47517
Au	242,81	—	1,47007	1,47025	—	—
Au	250,33	—	1,46722	1,46732	—	—
Cd	257,32	1,46477	1,46477	1,46490	—	1,46476

[1]) F. Handke, Berl. Dissert. 1909.
[2]) Gifford, Proc. Roy. Soc. **70**, 336; 1902.
[3]) H. Th. Simon, Berl. Dissert. 1894. Wied. Ann. **53**, 552; 1894.
[4]) Sarasin, Arch. d. sc. phys. et nat. (3) **10**, 303; 1883.

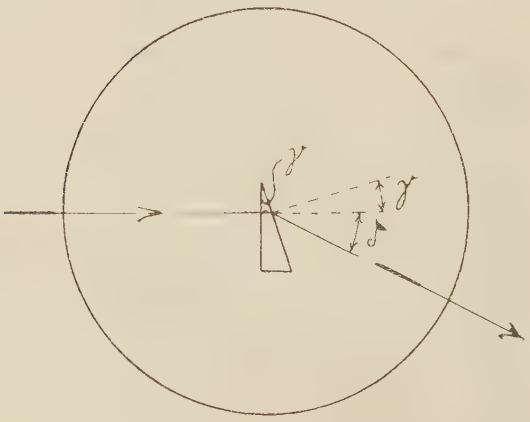
Tab. 2. Exponenten von Flussspath. (Fortsetzung)

Element	λ Gem. in $\mu\mu$	Gifford [1])	Schmidt $t = 20^0$	Martens $t = 18^0$	Simon [2])	Sarasin [3])
Au	267,61	—	1,46175	1,46175	—	—
Cd	274,87	1,45966	1,45966	1,45976	—	1,45958
Cd	328,47	—	1,44988	—	—	—
Cd	340,36	—	1,44785	1,44774	1,44785	1,44775
Cd	346,70	—	1,44707	—	1,44708	1,44697
Cd	361,18	1,44534	1,44551	—	—	1,44535
Cd	441,59	—	1,43932	1,43920	—	—
Cd	467,83	—	1,43770	1,43787	—	—

III. Krystallinischer Schwefel.

Auf die beiden untersuchten Schwefelprismen wurde die

Fig 2.



[1]) Gifford, Proc. Roy. Soc. **70**, 336; 1902.
[2]) H. Th. Simon, Berl. Dissert. 1894. Wied. Ann. **53**, 552; 1894.
[3]) Sarasin, Arch. d. sc. phys. et nat. (3) **10**, 303; 1883.

Methode der senkrechten Incidenz ($\varphi = o$) angewendet. Die brechenden Winkel der beiden Prismen sind

$$\gamma_1 = 21^0\ 38'\ 28''\ \text{und}\ \gamma_2 = 21^0\ 50'\ 50''.$$

Aus der Ablenkung δ einer Linie (siehe Fig. 2) berechnet sich:

(2) $$n = \frac{\sin\ (\gamma + \delta)}{\sin\ \gamma}.$$

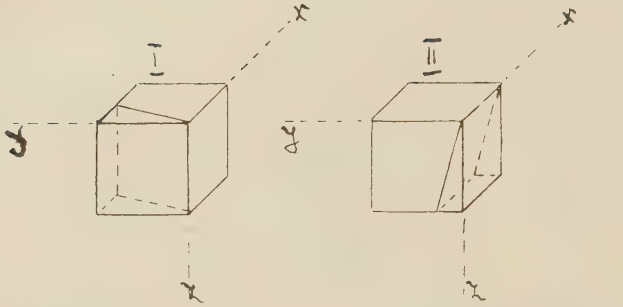
Die beiden benutzten Prismen sind von Steg & Reuter geschliffen. Beim Prisma I liegen die Elastizitätsaxen y und z in der ersten von den auffallenden Strahlen senkrecht getroffenen Fläche, und zwar liegt die z-Axe parallel zur brechenden Kante (siehe Fig. 3 und Fig. 4).

Beim Prisma II liegen die x-Axe und die z-Axe in der ersten Prismenfläche, und zwar ist die x-Axe parallel zur brechenden Kante.

Die erste Prismenfläche zerlegt einen eintretenden Strahl in zwei Komponenten. Beim Prisma I schwingt die elektrische Kraft der einen Komponente in Richtung der y-Axe; diese Komponente pflanzt sich mit der Geschwindigkeit c/ν_y fort; die elektrische Kraft der andern Komponente schwingt in Richtung der z-Axe, pflanzt sich also mit der Geschwindigkeit c/ν_z fort. Das Prisma I liefert also die beiden Exponenten ν_y und ν_z.

Das Prisma II liefert die Exponenten ν_x und ν_z. Die nicht genau ebenen Prismenflächen von 10 mm $\times$ 10 mm Grösse wurden bis auf nahe der scharfen Kante gelegene Stellen von 3 mm $\times$ 3 mm abgeblendet. Dann ist das Spaltbild hinreichend scharf; die abbildenden Lichtbündel fallen bei der Messung des brechenden Winkels auf dieselben Teile der Prismenfläche, wie bei der Bestimmung der Ablenkung.

Fig. 3. Fig 4.



Tab. 3. Krystallinischer Schwefel.

Element	Wellenlänge λ gemessen in $\mu\mu$	ν_x beob. (Prisma II)	ν_x ber.	δ_x	ν_y beob. (Prisma I)	ν_y ber.	δ_y
Hg	435,84	2,0408	2,0408	0	—	2,1204	
Pb	438,73	2,0382	2,0380	−2	—	2,1177	
Cd	441,59	2,0350	2,0351	+1	—	2,1151	
Cd	467,84	2,0120	2,0131	+11	2,0938	2,0943	+5
Cd	480,01	2,0039	2,0046	+7	2,0862	2,0862	0
H	486,15	2,0004	2,0007	+3	2,0832	2,0824	−8
Cd	508,61	1,9876	1,9880	+4	2,0709	2,0700	−9
Cd	533,83	1,9762	1,9765	+3	2,0590	2,0580	−10
Tl	535,07	1,9760	1,9760	0	2,0580	2,0573	−7
Cd	537,93	1,9738	1,9746	+8	2,0571	2,0561	−10
Hg	546,10	1,9715	1,9716	+1	2,0536	2,0530	−6
Pb	560,70	1,9668	1,9665	−3	2,0482	2,0471	−11
Hg	576,95	1,9611	1,9612	+1	2,0415	2,0415	0
Hg	579,05	1,9604	1,9605	+1	2,0408	2,0408	0
Na	589,31	1,9576	1,9576	0	2,0379	2,0376	−3
Li	610,36	1,9519	1,9520	+1	2,0316	2,0316	0
Au	627,84	1,9480	1,9480	0	2,0270	2,0270	0
Cd	643,88	1,9445	1,9445	0	2,0230	2,0232	+2
H	656,31	1,9420	1,9421	+1	2,0201	2,0205	+4

Tab. 3. Krystallinischer Schwefel. (Fortsetzung)

Element	Wellenlänge λ gemessen in $\mu\mu$	ν_x beob. (Prisma II)	ν_x ber.	δ_x	ν_y beob. (Prisma I)	ν_y ber.	δ_y
Li	670,82	1,9395	1,9395	0	2,0172	2,0175	+3
K	692,40	1,9357	1,9358	+1	2,0132	2,0131	—1
Sb	702,02	1,9346	1,9345	—1	2,0119	2,0119	0
K	768,24	1,9261	1,9261	0	2,0020	2,0023	+3

Tab. 4. Krystallinischer Schwefel.

λ	ν_z beob. (Prisma II)	ν_z beob. (Prisma I)	Mittel	ν_z ber.	δ_z
435,84	2,3874	—	2,3874	2,3874	0
438,73	2,3821	—	2,3821	2,3821	0
441,59	2,3768	—	2,3768	2,3773	+5
467,84	2,3385	2,3375	2,3380	2,3392	+12
480,01	2,3240	2,3231	2,3236	2,3247	+11
486,15	2,3173	2,3170	2,3172	2,3180	+8
508,61	2,2964	2,2954	2,2959	2,2968	+9
533,83	2,2775	2,2789	2,2782	2,2773	—9
535,07	2,2760	2,2757	2,2759	2,2762	+3
537,93	2,2746	2,2761	2,2753	2,2744	—9
546,10 (photog.)	2,2695	2,2712	2,2694	2,2690	—4
546,10 (subj.)	2,2688	2,2681			
560,70	2,2604	2,2600	2,2602	2,2602	0
576,95	2,2515	2,2510	2,2513	2,2514	+1
579,05	2,2503	2,2496	2,2500	2,2504	+4
589,31	2,2456	2,2452	2,2454	2,2454	0
610,36	2,2364	2,2362	2,2363	2,2363	0
627,84	2,2295	2,2296	2,2296	2,2296	0
643,88	2,2243	2,2243	2,2243	2,2241	—2
656,31	2,2203	2,2202	2,2202	2,2201	—1
670,82	2,2160	2,2159	2,2159	2,2158	—1
692,40	2,2100	2,2101	2,2100	2,2100	0
702,02	2,2086	2,2083	2,2084	2,2077	—7
768,24	2,1940	2,1940	2,1940	2,1940	0

Die nachstehende Tabelle 5 gibt die bisherigen Beobachtungen an Schwefel wieder.

Tab. 5. Krystallinischer Schwefel.

	λ	Beobachter	ν_x	ν_y	ν_z
Tl	535	Schrauf (20°) [1]	1,9764	2,0587	2,2755
		Schmidt (20°)	1,9760	2,0580	2,2759
Na	589	Schrauf (20°) [1]	1,9579	2,0377	2,2452
		Schrauf [2]	1,9505	2,0383	2,2405
		Cornu [3]	1,958	2,038	2,240
		Des Cloizeaux [4]	—	2,043	—
		Schmidt (20°)	1,9576	2,0379	2,2454
Li	670	Schrauf (20°) [1]	1,9398	2,0171	2,2158
		Schmidt (20°)	1,9395	2,0172	2,2159

Das Gebiet bekannter Exponenten ist vom Verf. um etwa 100 $\mu\mu$ erweitert worden. Die von Schrauf in seiner dritten Arbeit und vom Verf. ermittelten Exponenten stimmen recht befriedigend überein.

Als Konstanten der Sellmeier-Ketteler-Helmholtz'schen Dispersionsformel:

(3) $$\nu^2 = m + \frac{m' \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda'^2}$$

ergaben sich folgende Werte.

[1] Schrauf, Groths Z. S. f. Krist. **18**, 157; 1891.
[2] Schrauf, Wien. Ber. **41**, 769; 1860.
[3] Cornu, Ann. chim. phys. (4). **11**, 385; 1867.
[4] Des Cloizeaux, Mémoires présentés par divers savants à l'académie des sciences **18**, 511—732; 1868.

Tab. 6. Dispersionskonstanten und Dielektrizitätskonstanten.

	ν_x	ν_y	ν_z
λ'	255,49 $\mu\mu$	208,45 $\mu\mu$	271,68 $\mu\mu$
m	2,4292	1,5891	2,7580
m'	1,1392	2,2420	1,7987
Σm	3,5684	3,8311	4,5567
D Boltzmann [1]	3,811	3,970	4,773
Borel [2]	3,67	3,86	4,66
W. Schmidt [3]	I 3,55	3,80	4,63
	II 3,62	3,85	4,60

Die berechneten Werte der Eigenschwingung $\lambda' = 255$, 208 und 272 $\mu\mu$ lassen die Martens'sche Annahme als zulässig erscheinen, nach welcher der Absorptionsstreifen 217 $\mu\mu$ des Schwefelkohlenstoffes dem Schwefel zuzuschreiben ist.

In Fig. 5 sind die drei Dispersionskurven gezeichnet. Man erkennt, dass bei der kürzesten, in allen vier Fällen durchgelassenen Wellenlänge 467 $\mu\mu$ die Dispersion $d\nu_z > d\nu_x > d\nu_y$ ist.

Dies lässt darauf schliessen, dass die nächstliegende Eigenschwingung bei den z-Strahlen den höchsten, bei den y-Strahlen den niedrigsten Wert hat, wie es auch die Dispersionsformel ergibt.

Wird ein Schwefelprisma mit horizontaler brechender Kante unmittelbar vor den vertikalen Spalt gestellt, so entwirft das Flussspathprisma ein Spektrum, in welchem Cadmium 533 bis 441 $\mu\mu$ lange Linien sind, während Cadmium 437 nur eine ganz kurze Linie ist, also nur an der äussersten Prismenkante hindurchgegangen ist. Leider gelang es auf

[1] L. Boltzmann, Wien. Ber. **70**, II, 366; 1874.
[2] Ch. Borel, C. R. **116**, 1509—1511; 1893.
[3] W. Schmidt, Ann. d. Phys. **9**, 933; 1902.

keine Weise, kürzere Wellen durch krystallinischen Schwefel hindurchzutreiben.

Um die optischen Eigenschaften von Schwefel im Ultraviolett zu untersuchen, wird man also das von einer Schwefeloberfläche reflektierte Licht beobachten müssen, wie es der Verfasser für Selen getan hat. Der Schwefel wird zweckmässig in geschmolzenem Zustand untersucht werden, da die Reflexionsformeln für Krystalle für die praktische Anwendung unbequem sind.

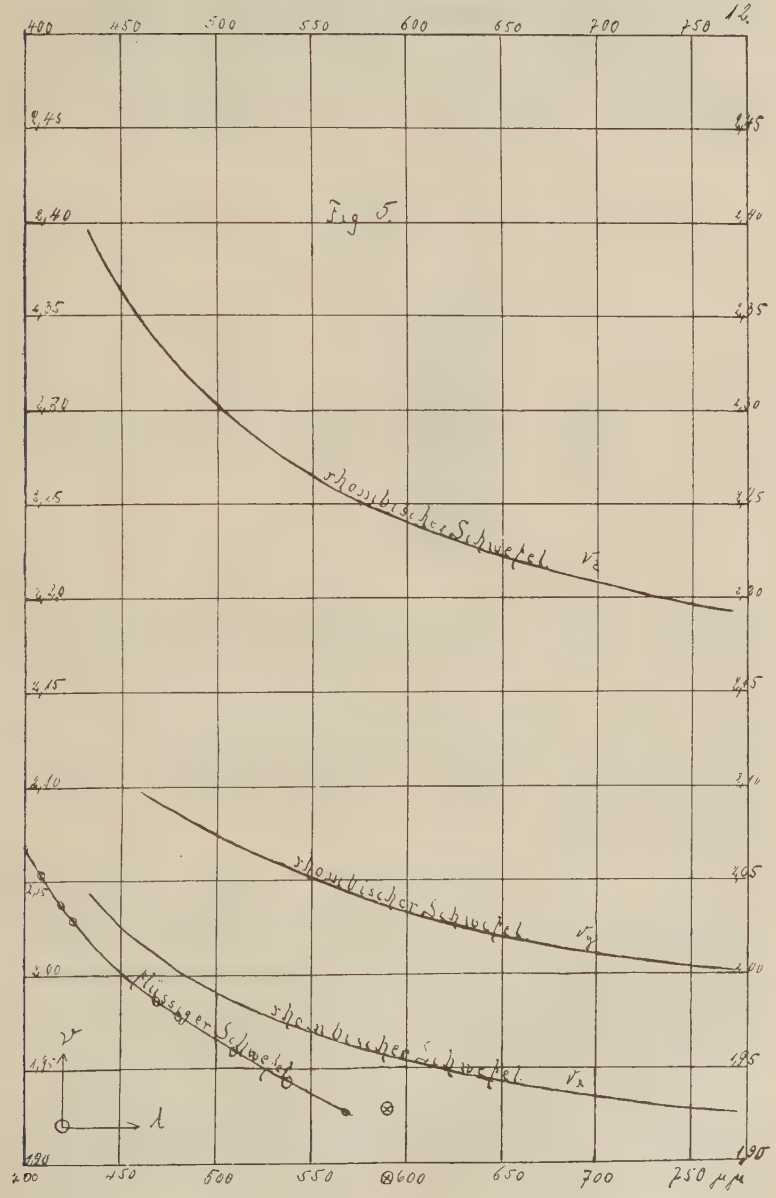
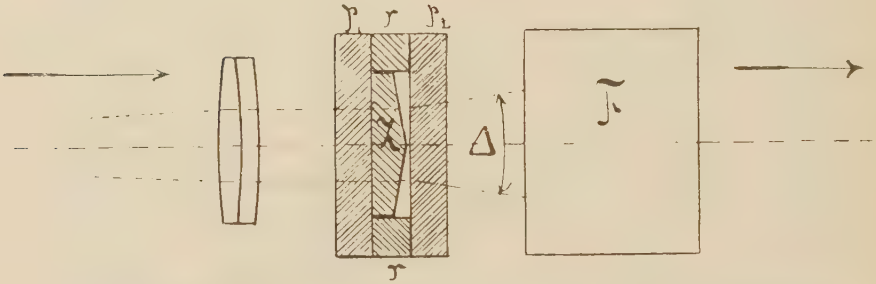


Fig 5.
rhombischer Schwefel ν_2
rhombischer Schwefel ν_3
rhombischer Schwefel ν_1
flüssiger Schwefel
ν
λ
400
450
500
550
600
650
700
750 μμ

IV. Flüssiger Schwefel und flüssiger Phosphor.

Die Zwillingsprismenmethode (siehe Fig. 6) wurde zur Bestimmung der Brechungsindices des flüssigen Schwefels benutzt. Bei

Fig. 6.



horizontal gestelltem Spalt von etwa 0,01 mm × 0,3 mm Oeffnung entwirft das Flussspathprisma F (siehe Fig. 6) ein Spektrum, in welchem die Spaltbilder verschiedener Wellenlänge zu einer horizontalen Kette aneinander gereiht sind. Der Ring r bildet mit den beiden Quarzplatten p_1 und p_2 einen Trog, in welchem sich das Zwillingsprisma z aus Quarz befindet. Zwischen z und p_2 befindet sich die zu untersuchende Flüssigkeit.

Wird der Trog mit horizontaler brechender Kante zwischen Kollimatorobjektiv und Flussspathprisma gebracht, so entstehen auf der Platte zwei Spaltbilderketten übereinander, welche ähnlich verlaufen wie die Dispersionskurven der untersuchten Substanz.

Ist Δ der Winkelabstand [1]) zweier übereinander liegender

[1]) Der Winkelabstand ist $\Delta = x/s$. x ist die Entfernung der Spaltbilder auf der photographischen Platte und wird mit der Teilmaschine gemessen; S ist der Abstand der Platte vom hinteren Knoten- oder Hauptpunkt des Cameraobjektives und ergab sich nach der Martens'schen Methode zu 299,25 mm.

Spaltbilder der Wellenlänge λ, γ der brechende Winkel jeder Hälfte des Zwillingsprismas, n der Brechungsindex des Zwillingsprismas, dann ist, wenn γ nur wenige Grade beträgt, der Brechungsindex der Flüssigkeit (siehe Fig. 7):

(4) $$\nu = n + \frac{\Delta}{2\gamma}$$

Für die Brechung an der Trennungsfläche 2 zwischen den beiden Medien, deren Indices n und ν sind, gilt bei

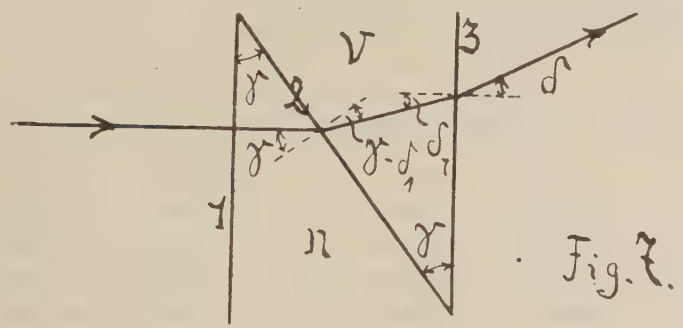
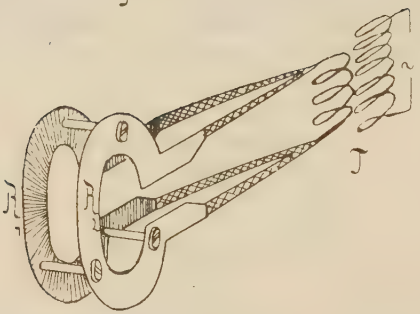


Fig. 7.

kleinen Winkeln $n\gamma = \nu(\gamma - \delta_1)$. Für die Brechung an der Fläche 3 zwischen Luft und dem Medium mit dem Index ν gilt dann $\nu\delta_1 = \delta$. Setzt man $\delta_1 = \delta\,\nu$ in die obere Gleichung ein, so folgt $n\gamma = \nu(\gamma - \delta/\nu) = \gamma\nu - \delta$. Hieraus folgt (4), da $\Delta = 2\delta$. Der brechende Winkel γ betrug 1° 10'. Die Indices n sind die des ordentlichen Strahles im Quarz. Zur Erhitzung des Zwillingstroges dienten zwei Messingringe (R_1 und R_2 in Fig. 8), zwischen denen das Gefäss eingespannt war.

Fig 8.



Durch die beiden Messingringe wird ein starker Wechselstrom geschickt, den ein Transformator T liefert. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle 7 enthalten und in der Fig. 5 graphisch dargestellt.[1])

Tab. 7. Exponenten des geschmolzenen Schwefels.

	λ	ν		λ	ν
Cd	399,5	2,068	Cd	480	1,979
Luft	408	2,054	Cd	508,5	1,959
Luft	425	2,029	Cd	537	1,946
Cd	441	2,010	Cd	568	1,927
Cd	468	1,986			

Zur Herstellung und Untersuchung einer an Luft grenzenden Oberfläche flüssigen Schwefels diente die in Fig. 9 in etwa halber natürlicher Grösse gezeichnete Versuchsanordnung.

[1]) H. Becquerel, (Ann. chim. phys. (5) **12**, 25; 1877) findet für Natrium-Licht und 110° 1,929, für 120° 1,890. Diese Werte sind in Fig. 5 eingetragen.

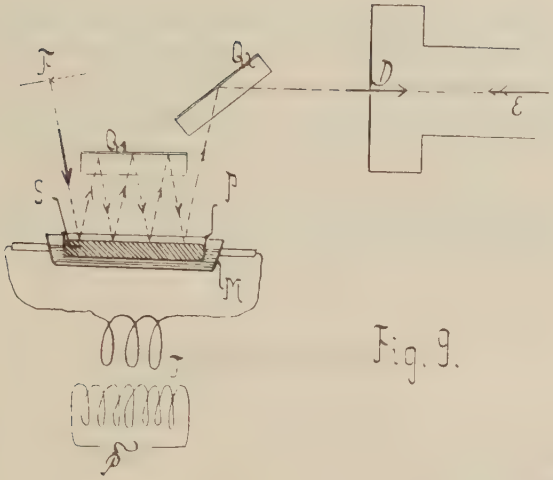


Fig. 9.

Eine Porzellanschale P enthält den Schwefel S und schwimmt in der aus Messingblech gedrückten Schale M, welche Schmieröl enthält. An M sind 2 Kupferrohre hart angelötet; in diese sind dicke blanke Kupferlitzen gelötet, welche mit der Niederspannungswickelung des Transformators T verbunden sind.

Bei der Untersuchung gelangt das von der Cadmiumfunkenstrecke F ausgehende Licht nach viermaliger Reflexion an der Schwefeloberfläche S, nach dreimaliger Reflexion an dem Quarzspiegel Q_1 und nach einmaliger Reflexion an dem Quarzspiegel Q_2 in den Spalt D des Spektrometers. Der Lichtweg ist in Fig. 9 gezeichnet; die beigesetzten Pfeile zeigen die Fortpflanzungsrichtung der Strahlung an.

Bei der Justierung war der Verlauf der Strahlen der umgekehrte. Das weisse Licht einer vor dem Kollimatorobjektiv aufgestellten Bogenlampe verlief vom Spalt bis zu der nicht erregten Funkenstrecke F. Bei der starken Reflexion des Schwefels, die etwa 11 % beträgt, konnte noch nach viermaliger Reflexion das reflektierte Spaltbild wahrgenommen werden. Die Spiegel wurden nun so justiert, dass die Strahlen der Bogenlampe durch F hindurchgingen.

Werden die Strahlen der Cadmiumfunkenstrecke vor dem Eintritt in den Spalt viermal an der Oberfläche geschmolzenen Schwefels reflektiert, so waren im Spektrum alle Linien bis 231 $\mu\mu$ schwach auf der photographischen Platte sichtbar. Die stets schwächeren, kürzeren Linien sind nicht erschienen. Man kann also über das Reflexionsvermögen einer an Luft grenzenden Schwefelfläche nur aussagen, dass keine Stelle hervorragend starker Reflexion bemerkt wurde.

V. Die Reflexionsformeln.

Sind Rp bezw. Rs (siehe Fig. 10) die Reflexionsvermögen der Substanz $\mathfrak{P}$ für Strahlen, welche parallel bezw. senkrecht zur Einfallsebene schwingen, so ist

$$\mathfrak{P} = \frac{Rs - Rp}{Rs + Rp} = \frac{1 - Rp/Rs}{1 + Rp/Rs} \tag{5}$$

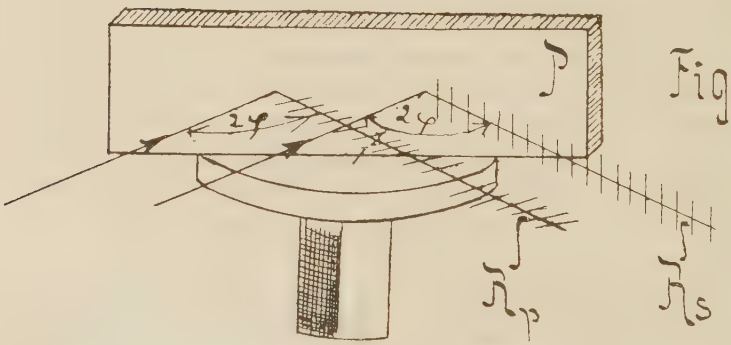


Fig. 10.

der sogenannte Polarisationsgrad der reflektierten Strahlung. Der Polarisationsgrad $\mathfrak{P}$ steht durch die nachfolgenden — von Herrn Martens aus den Maxwell'schen Gleichungen abgeleiteten und mir mitgeteilten — Formeln (6) in Beziehung zu den optischen Konstanten $\varkappa$ und ν und dem Einfallswinkel φ:

$$(6)\qquad \left|\begin{array}{l} \Phi = \sin\varphi \operatorname{tg}\varphi; \\ \xi = \varkappa^2 - \nu^2 + \sin^2\varphi; \\ \mathrm{S} = \sqrt{4\varkappa^2\nu^2 + \xi^2}; \\ \mathrm{N} = \sqrt{2(\mathrm{S} - \xi)}; \end{array}\right| \qquad \boxed{\mathfrak{P} = \frac{\mathrm{N}\,\Phi}{\mathrm{S} + \Phi^2}.}$$

Im folgenden soll gezeigt werden, dass die von Cauchy[1]) bereits 1848 mitgeteilten Formeln (8) mit den Gleichungen (6) inhaltlich übereinstimmen. Die Bezeichnungen, welche Cauchy gewählt hat, sind in dem Schema (7) mit den vom Verfasser gebrauchten, in eckigen Klammern eingeschlossenen Bezeichnungen zusammengestellt.

$$(7)\qquad \begin{array}{l|l|l} [\varkappa] = \Theta \sin\varepsilon & [\mathrm{Rp}] = \mathrm{I}^2 & [\varphi] = \tau. \\ [\nu] = \Theta\cos\varepsilon & [\mathrm{Rs}] = \mathrm{J}^2 & \end{array}$$

Den Einfallswinkel z. B. nennt Cauchy τ, der Verfasser φ. Die von Cauchy angegebenen Formeln lauten

$$(8)\qquad \left|\begin{array}{l} \operatorname{cotg}(2\,\mathrm{v} - \varepsilon) = \operatorname{cotg}\varepsilon\cos\left(2\operatorname{arc\,tg}\dfrac{\sin\tau}{\Theta}\right); \\ \mathrm{U} = \Theta\sqrt{\dfrac{\sin 2\varepsilon}{\sin 2\,\mathrm{v}}}; \\ \operatorname{cotg}\varphi = \cos(2\varepsilon - \mathrm{v})\sin\left(2\operatorname{arc\,tg}\dfrac{\mathrm{U}}{\Theta^2\cos\tau}\right); \\ \operatorname{cotg}\chi = \cos\mathrm{v}\sin\left(2\operatorname{arc\,tg}\dfrac{\cos\tau}{\mathrm{U}}\right); \\ \mathrm{I}^2 = \operatorname{tg}(\varphi - \pi/4); \\ \mathrm{J}^2 = \operatorname{tg}(\chi - \pi/4). \end{array}\right.$$

Durch Einführung einer Hilfsgrösse y erhält man für x aus (9) die Ausdrücke (11). Es sei ferner

$$\begin{array}{l|l|l} \alpha_1 = \sin\tau & \alpha_2 = \mathrm{U} & \alpha_3 = \cos\tau \\ \beta_1 = \Theta. & \beta_2 = \Theta^2\cos\tau & \beta_3 = \mathrm{U}. \end{array}$$

[1]) A. Cauchy, Pogg. Ann. **74**, 543—545; 1849.

Demnach ist z. B. $y_1 = \operatorname{arc\,tg}\,\alpha_1/\beta_1$; $\operatorname{tg} y_1 = \alpha_1/\beta_1$; also ist

$$\sin y_1 = \frac{\alpha_1}{\sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2}};\quad \cos y_1 = \frac{\beta_1}{\sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2}}.$$

Setzt man diese Werte in die oberste der Gleichungen (11) ein, und ersetzt man α_1 durch $\sin\tau$, β_1 durch Θ, so folgt die oberste der Gleichungen (12). In ähnlicher Weise ergeben sich die beiden anderen Gleichungen (12).

(9) (10) (11) (12)

$$x_1 = \cos\left(2\operatorname{arc\,tg}\frac{\sin\tau}{\Theta}\right) = \cos 2y_1 = \cos^2 y_1 - \sin^2 y_1 = \frac{\Theta^2 - \sin^2\tau}{\Theta^2 + \sin^2\tau};$$

$$x_2 = \sin\left(2\operatorname{arc\,tg}\frac{U}{\Theta^2\cos\tau}\right) = \sin 2y_2 = 2\sin y_2\cos y_2 = \frac{2U\Theta^2\cos\tau}{U^2 + \Theta^4\cos^2\tau};$$

$$x_3 = \sin\left(2\operatorname{arc\,tg}\frac{\cos\tau}{U}\right) = \sin 2y_3 = 2\sin y_3\cos y_3 = \frac{2U\cos\tau}{U^2 + \cos^2\tau}.$$

Aus den beiden obersten Gleichungen von (8) und von (12) folgt unter Einführung zweier neuer Hilfsgrössen:

$$(13)\qquad \begin{cases} \gamma = \sin\varepsilon\,(\Theta^2 + \sin^2\tau); \\ \delta = \cos\varepsilon\,(\Theta^2 - \sin^2\tau); \\ \operatorname{tg}(2v - \varepsilon) = \dfrac{\operatorname{tg} 2v - \operatorname{tg}\varepsilon}{1 + \operatorname{tg} 2v\operatorname{tg}\varepsilon} = \dfrac{\gamma}{\delta}; \end{cases}$$

oder

(14)

$$\operatorname{tg} 2v = \frac{\delta\sin\varepsilon - \gamma\cos\varepsilon}{\delta\cos\varepsilon - \gamma\sin\varepsilon};\quad \sin 2v = \frac{\delta\sin\varepsilon + \gamma\cos\varepsilon}{\sqrt{\gamma^2 + \delta^2}};\quad \cos 2v = \frac{\delta\cos\varepsilon - \gamma\sin\varepsilon}{\sqrt{\gamma^2 + \delta^2}}.$$

In die durch (13) definierten Hilfsgrössen γ und δ mögen nun auf Grund von (7) die Grössen $\varkappa$, ν und φ eingeführt werden; dann ergibt sich

$$(15)\quad \gamma = \frac{\varkappa(\varkappa^2 + \nu^2 + \sin^2\varphi)}{\sqrt{\varkappa^2 + \nu^2}};\quad \delta = \frac{\nu(\varkappa^2 + \nu^2 - \sin^2\varphi)}{\sqrt{\varkappa^2 + \nu^2}}.$$

Demnach ist

(16)

$$\sqrt{\gamma^2 + \delta^2} = \sqrt{\frac{z^2(z^2 + r^2 + \sin^2\varphi)^2 + r^2(z^2 + r^2 - \sin^2\varphi)^2}{z^2 + r^2}}$$

$$= \sqrt{(z^2 + r^2)^2 + 2(z^2 - r^2)\sin^2\varphi + \sin^4\varphi}$$

$$= \sqrt{4z^2r^2 + (z^2 - r^2 + \sin^2\varphi)^2}.$$

Durch Vergleichung dieses Ausdruckes mit den Definitionen (6) für ξ und S folgt

$$\sqrt{\gamma^2 + \delta^2} = S. \tag{17}$$

Statt (14) kann man unter Benutzung von (13) und (17) schreiben

$$\sin 2v = \frac{\sin\varepsilon\cos\varepsilon(\Theta^2 - \sin^2\tau + \Theta^2 + \sin^2\tau)}{S}$$

$$= \frac{2\Theta\sin\varepsilon\Theta\cos\varepsilon}{S};$$

$$\cos 2v = \frac{\cos^2\varepsilon(\Theta^2 - \sin^2\tau) - \sin^2\varepsilon(\Theta^2 + \sin^2\tau)}{S}$$

$$= \frac{-[\Theta^2\sin^2\varepsilon - \Theta^2\cos^2\varepsilon + \sin^2\tau]}{S}.$$

Hieraus und aus den Definitionen (7) folgt

$$(18)\begin{cases} \sin 2v = \dfrac{2zr}{S}\ ;\ \sqrt{\dfrac{1-\cos 2v}{2}} = \sin v = \dfrac{\sqrt{2(S-\xi)}}{2\sqrt{S}}; \\ \cos 2v = \dfrac{-\xi}{S}\ ;\ \sqrt{\dfrac{1+\cos 2v}{2}} = \cos v = \dfrac{\sqrt{2(S+\xi)}}{2\sqrt{S}}. \end{cases}$$

Daher ist

$$\cos(2\varepsilon - v) = \sin 2\varepsilon \,.\, \sin v + \cos 2\varepsilon \cos v$$
$$= \frac{2\,.\,\Theta \sin\varepsilon\,.\,\Theta\cos\varepsilon\,.\,\sin v - (\Theta^2\sin^2\varepsilon - \Theta^2\cos^2\varepsilon)\cos v}{\Theta^2}$$
$$= \frac{2\varkappa\nu\sqrt{2(S+\xi)} - (\varkappa^2-\nu^2)\sqrt{2(S-\xi)}}{2(\varkappa^2+\nu^2)\sqrt{S}}.$$

Setzt man jetzt nach der in (6) für S gegebenen Definition $2\varkappa\nu = \sqrt{4\varkappa^2\nu^2} = \sqrt{S^2-\xi^2}$, so ergibt sich

$$\cos(2\varepsilon - v) = \frac{\sqrt{2(S-\xi)}\,\{S+\xi-(\varkappa^2-\nu^2)\}}{2(\varkappa^2+\nu^2)\sqrt{S}}.$$

Hieraus und aus (6) folgt

$$\cos(2\varepsilon - v) = \frac{N(S+\sin^2\varphi)}{2(\varkappa^2+\nu^2)\sqrt{S}}. \tag{19}$$

Nun ist es leicht, die von Cauchy gewählten trigonometrischen Ausdrücke (8) als Funktionen von $\varkappa$, ν und φ zu schreiben. Es ergibt sich aus (8), (18) und (7)

$$U = \sqrt{S}. \tag{20}$$

Ferner ist

$$\left|\begin{array}{l} \operatorname{cotg}\varphi = \dfrac{\cos\varphi\, N(S+\sin^2\varphi)}{S+(\varkappa^2+\nu^2)^2\cos^2\varphi}; \\ \operatorname{cotg}\chi = \dfrac{\cos\varphi\, N}{S+\cos^2\varphi}. \end{array}\right. \tag{21}$$

Nun ist

$$Rp = I^2 = \frac{1-\operatorname{cotg}\varphi}{1+\operatorname{cotg}\varphi};\quad Rs = J^2 = \frac{1-\operatorname{cotg}\chi}{1+\operatorname{cotg}\chi}.$$

Daraus folgt

$$(22)\quad \begin{cases} \mathrm{Rp} = \dfrac{S + (\varkappa^2 + \nu^2)^2 \cos^2\varphi - \cos\varphi\, N\,(S + \sin^2\varphi)}{S + (\varkappa^2 + \nu^2)^2 \cos^2\varphi + \cos\varphi\, N\,(S + \sin^2\varphi)}; \\ \mathrm{Rs} = \dfrac{S + \cos^2\varphi - \cos\varphi\, N}{S + \cos^2\varphi + \cos\varphi\, N}. \end{cases}$$

Setzt man

$$(23)\quad \begin{cases} a = S + (\varkappa^2 + \nu^2)^2 \cos^2\varphi; \\ b = \cos\varphi\, N\,(S + \sin^2\varphi); \\ c = S + \cos^2\varphi; \\ d = \cos\varphi\, N, \end{cases}$$

so erhält man

$$\mathfrak{P} = \frac{\mathrm{Rs} - \mathrm{Rp}}{\mathrm{Rs} + \mathrm{Rp}} = \frac{b\,c - a\,d}{a\,c - b\,d} = \frac{N \sin\varphi \operatorname{tg}\varphi}{S + \sin^2\varphi \operatorname{tg}^2\varphi}.$$

Damit ist gezeigt, dass die trigonometrischen Formeln, die Cauchy angegeben hat, mit den Gleichungen (6) inhaltlich übereinstimmen.

Für den Phasenunterschied δ der beiden Komponenten gilt dasselbe. Es schreiben nämlich:

Cauchy	Martens
$\operatorname{tg}\omega = \dfrac{U}{\sin\nu \operatorname{tg}\nu}$	$K = \sqrt{2\,(S + \xi)}$
$\operatorname{tg}\delta = \operatorname{tg} 2\omega \sin\nu$	$\operatorname{tg}\delta = \dfrac{K\Phi}{S - \Phi^2}$

Beide Gleichungssysteme stimmen überein; unsicher bleibt nur das Vorzeichen von tg δ, und damit die Frage, ob δ im ersten oder dritten Quadranten liegt.

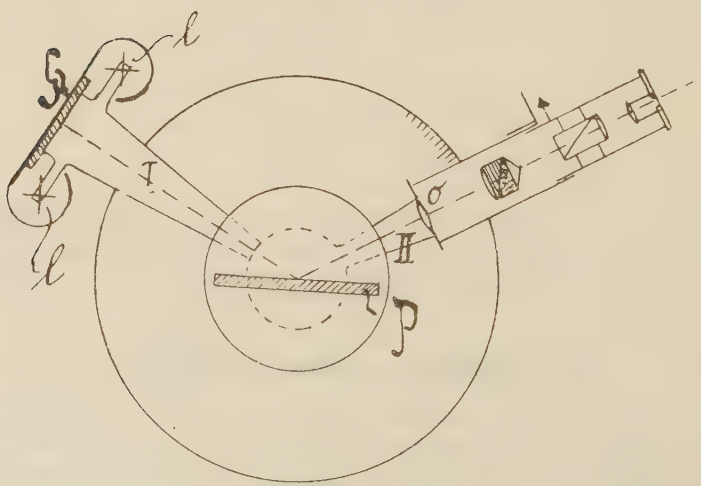
VI. Versuche an Selen und Tellur.

Die zur Untersuchung benutzte Selenplatte wurde durch Giessen in eine Form hergestellt. Aus einer 5 mm dicken Asbestplatte wurde ein Rahmen von 20 mm × 100 mm Oeffnung

geschnitten. Dieser Rahmen wurde auf eine Spiegelglasplatte geklebt; der so gebildete Trog wurde mit flüssigem Selen (Schmelzpunkt 217°) angefüllt. Nach Entfernung des Rahmens wurde die Glasplatte längere Zeit hindurch schwach erschüttert; allmählich löste sich die Selenplatte ab; das Fortschreiten der Ablösung konnte an den auftretenden Newton'schen Interferenzstreifen verfolgt werden. So entstand eine vollkommen regelmässig reflektierende Selenplatte; das reflektierte Licht zeigte keinerlei Beugungserscheinungen.

Leider gelang es weder auf diese Weise, noch durch Schleifen und Polieren, tadellose Tellurspiegel herzustellen. Beim Ablösen des Tellurs vom Glase blieb die Grenzschicht am Glase haften; die Glasplatte wurde zu einem guten Spiegel mit Tellurbelegung der Rückfläche, aber die Oberfläche der abgehobenen Tellurplatte war matt. Durch Schleifen der Tellurplatte liess sich auch kein Hochglanz erzielen.

Fig. 11.



Die Selenplatte (P in Fig. 10 und Fig. 11) wird zur Untersuchung auf den Tisch eines kleinen Spektrometers befestigt, so dass die Längsrichtung der Platte horizontal ist, und die Drehungsachse des Spektrometers in der Ebene der Platte liegt.

Das benutzte Spektrometer[1]) ist mit zwei drehbaren Armen versehen. Der eine Arm (I in Fig. 11) trägt einen Gipsschirm G und zwei Glühlampen l zur Beleuchtung desselben. Der andere Arm (II in Fig. 11) trägt ein Martens'sches[2]) Polarisationsphotometer. Durch eine vorgesetzte Linse o wird das Instrument zu einem astronomischen Fernrohr von etwa einmaliger Vergrösserung. Im Augendeckel befindet sich eine rote Kupferüberfangglasplatte, welche im wesentlichen rotes Licht von 630 $\mu\mu$ hindurchlässt.

In der nachstehenden Tabelle 8 sind die Beobachtungen für eine Reihe von Einfallswinkeln φ mitgeteilt, und zwar ist das Doppelazimuth 2ψ und der Polarisationsgrad $\mathfrak{P}$ angeben. ψ ist der Winkel, um welchen das im Polarisationsphotometer befindliche Nicol aus der Auslöschstellung für das eine Vergleichsfeld heraus gedreht werden muss, damit beide Felder gleich hell erscheinen; die Ablesung der Gleichheitsstellung in allen vier Quadranten liefert direkt 2ψ. Da $Rp/Rs = \operatorname{tg} 2\psi$, so ist

$$\mathfrak{P} = \cos 2\psi. \tag{24}$$

Ausser den beobachteten Werten des Polarisationsgrades sind in der Tabelle auch die nach (6) berechneten Werte angegeben. Die der Berechnung zu Grunde gelegten Konstanten sind $\varkappa = 0{,}4000$ und $\nu = 2{,}8700$; weshalb diese Werte gewählt wurden, wird später mitgeteilt werden.

[1]) F. F. Martens, Verh. d. deutsch. Physik. Ges. **1**, 204—208; 1899. Laue u. Martens, Verh. d. deutsch. Physik. Ges. **9**, 521—527; 1907.

[2]) F. F. Martens, Physikal ZS. **1**, 299; 1900.

Tabelle 8. Selen.

φ	2ψ	$\mathfrak{P} = \cos 2\psi$ (beob.)	$\mathfrak{P}$ ber für $\begin{cases} \varkappa = 0{,}400 \\ \nu = 2{,}870 \end{cases}$
20°	86° 0′	0,070	0,085
30°	78° 42′	0,196	0,198
35°	74° 18′	0,271	0,276
40°	68° 42′	0,363	0,364
45°	62° 42′	0,459	0,468
50°	55° 0′	0,574	0,583
55°	45° 24′	0,702	0,706
60°	34° 30′	0,824	0,828
65°	21° 6′	0,933	0,931
70°	9° 36′	0,986	0,986
72,5°	10° 7′	0,984	0,983
75°	18° 42′	0,947	0,953
77,5°	27° 30′	0,887	0,886
80°	38° 30′	0,786	0,780
81°	44° 30′	0,713	0,726
82°	48° 36′	0,661	0,666
83°	52° 36′	0,607	0,599
84°	56° 6′	0,558	0,526
85°	59° 36′	0,506	0,448
86°	59° 42′	0,505	0,365

Die ausgezogene Kurve in Fig. 12 stellt die berechneten Werte des Polarisationsgrades $\mathfrak{P}$ als Funktion des Einfallswinkels φ dar. Mit Ausnahme der nahe an 90° liegenden Einfallswinkel liegen die beobachteten Werte den berechneten sehr nahe. Die Beobachtungen bilden also eine Stütze für die Richtigkeit der Reflexionsformeln und damit für die Zulässigkeit einer Annahme, welche man bei der elektromagnetischen Ableitung der Formeln machen muss, um den durch die strengen Maxwell'schen Gleichungen ausgeschlossenen Fall $\varkappa > \nu$ zu erklären.[1])

[1]) P. Drude, Lehrbuch d. Optik; 2. Aufl. p. 348. Leipzig b. S. Hirzel 1906.

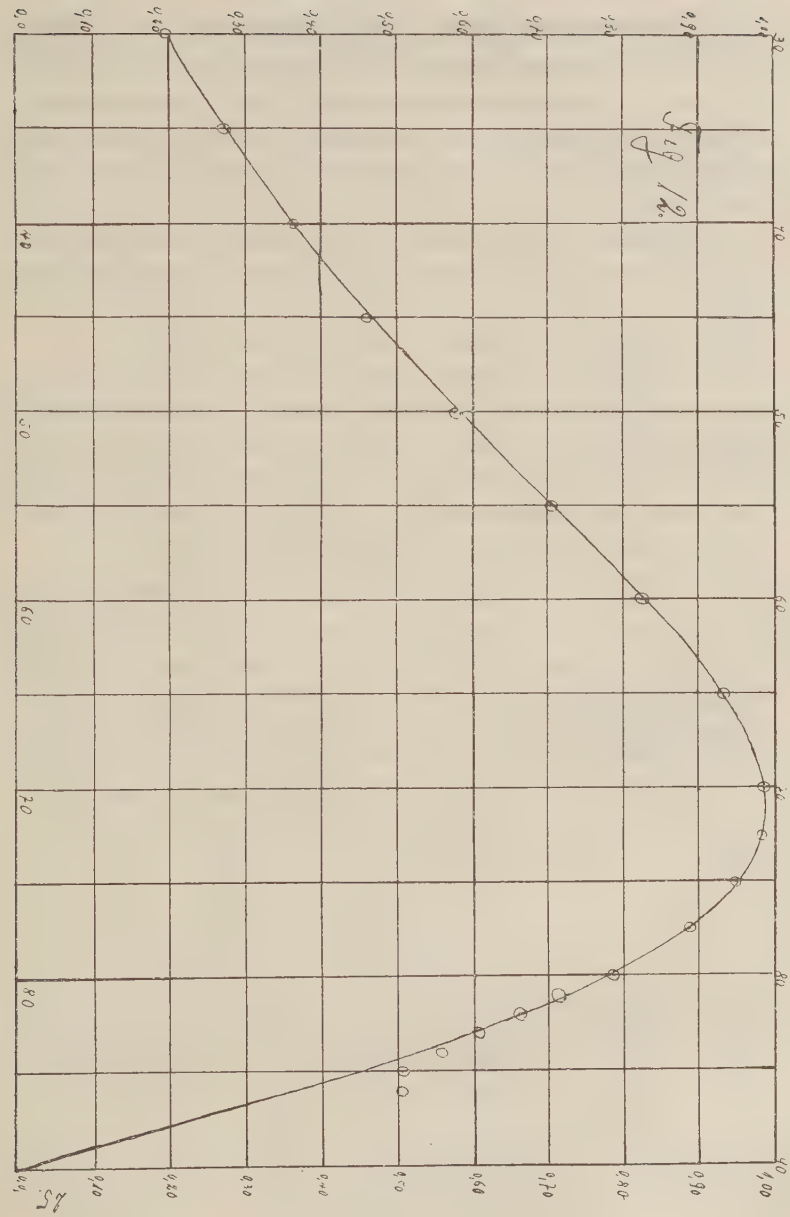


Fig 12.
0,0
0,10
0,20
0,30
0,40
0,50
0,60
0,70
0,80
0,90
1,00
30
40
50
60
70
80
90
0,10
0,20
0,30
0,40
0,50
0,60
0,70
0,80
0,90
1,00
25.

VII. Rechnungsverfahren zur Ermittelung der beiden optischen Konstanten.

Das im folgenden beschriebene, bisher nicht veröffentlichte Rechenverfahren zur Ermittelung der optischen Konstanten $\varkappa$ und ν ist von Herrn Martens ausgearbeitet und dem Verfasser mitgeteilt worden.

Es werden durch Beobachtung zwei Einfallswinkel φ_1 und φ_2 ermittelt, für welche der Polarisationsgrad den Wert $\mathfrak{P}$ hat; aus φ_1, φ_2 und $\mathfrak{P}$ werden dann die optischen Konstanten $\varkappa$ und ν berechnet.

Um φ_1 und φ_2 zu finden, hat der Verfasser unter Benutzung der beobachteten Werte von $\mathfrak{P}$ und φ eine $\mathfrak{P}$ φ-Kurve von etwa 50 cm × 50 cm Fläche gezeichnet; diese Kurve ist im folgenden als „beobachtete“ bezeichnet, im Gegensatz zu der berechneten, in Fig. 12 gezeichneten Kurve.

Aus der beobachteten Kurve ergibt sich z. B.

$$\mathfrak{P} = 0{,}700; \quad \varphi_1 = 54^0\ 57'; \quad \varphi_2 = 81^0\ 30',$$

d. h. der Polarisationsgrad ist 0,7 bei einem Einfallswinkel von etwa 55° und bei einem Einfallswinkel von etwa 81°. Zunächst werden rohe Näherungswerte $[\varkappa]$ und $[\nu]$ der optischen Konstanten berechnet. Nach (6) kann man für S schreiben

$$(25)\quad \begin{cases} S = \sqrt{(\varkappa^2+\nu^2)^2 + 2(\varkappa^2-\nu^2)\sin^2\varphi + \sin^4\varphi} \\ \quad = (\varkappa^2+\nu^2)\sqrt{1+2s}; \\ s = \dfrac{\sin^2\varphi\,[2(\varkappa^2-\nu^2)+\sin^2\varphi]}{2(\varkappa^2+\nu^2)^2}. \end{cases}$$

Nach (6) und (25) kann man ferner für N schreiben

$$(26)\quad \begin{cases} N = \sqrt{2\{(\varkappa^2+\nu^2)\sqrt{1+2s} - \varkappa^2 + \nu^2 - \sin^2\varphi\}} \\ \quad = \sqrt{2\{2\nu^2 + (\varkappa^2+\nu^2)(\sqrt{1+2s}-1) - \sin^2\varphi\}} \\ \quad = 2\nu\sqrt{1+2n}; \\ n = \dfrac{(\varkappa^2+\nu^2)(\sqrt{1+2s}-1) - \sin^2\varphi}{4\nu^2}. \end{cases}$$

Bei allen undurchsichtigen Substanzen ist $\varkappa^2 + \nu^2$ so gross, dass s klein gegen 1 ist. Vernachlässigt man $^1/_2\,s^2$ gegen 1, so kann man $\sqrt{1+2s} = 1+s$ setzen; so erhält man die Ausdrücke für S und n in den nachfolgenden Gleichungen (27). Vernachlässigt man auch $^1/_2\,n^2$ gegen 1, so erhält man den Ausdruck für N in Gleichung (27). Der Ausdruck für s ist der Uebersichtlichkeit halber nochmals mit angeführt.

(27)
$$\begin{cases} S = (\varkappa^2 + \nu^2)(1+s); \\ N = 2\nu(1+n); \\ \boxed{\begin{aligned} s &= \frac{\sin^2\varphi\,[2(\varkappa^2-\nu^2)+\sin^2\varphi]}{2(\varkappa^2+\nu^2)^2}; \\ n &= \frac{(\varkappa^2+\nu^2)\,s - \sin^2\varphi}{4\nu^2}. \end{aligned}} \end{cases}$$

Vernachlässigt man auch s und n gegen 1, so wird nach (6) und (27) einfach

$$\mathfrak{P} = \frac{2\,[\nu]\,\Phi}{[\varkappa^2+\nu^2]+\Phi^2} \quad \text{oder} \quad \Phi^2 - 2\frac{[\nu]}{\mathfrak{P}}\Phi + [\varkappa^2+\nu^2] = 0.$$

Hieraus folgt, dass die Grösse $\Phi = \sin\varphi\,\mathrm{tg}\,\varphi$ für denselben Wert von $\mathfrak{P}$ zwei verschiedene Werte hat, und zwar ist:

(28)
$$\begin{cases} \Phi_1 = \dfrac{[\nu]}{\mathfrak{P}} - \sqrt{\dfrac{[\nu]^2}{\mathfrak{P}^2} - [\varkappa^2+\nu^2]}; \\ \Phi_2 = \dfrac{[\nu]}{\mathfrak{P}} + \sqrt{\dfrac{[\nu]^2}{\mathfrak{P}^2} - [\varkappa^2+\nu^2]}. \end{cases}$$

Durch Multiplikation bezw. Addition dieser Gleichungen folgt

(29)
$$\boxed{\begin{aligned} [\varkappa^2+\nu^2] &= \Phi_1\,\Phi_2; \\ [\nu] &= \frac{\mathfrak{P}}{2}(\Phi_1+\Phi_2). \end{aligned}}$$

Die Werte der optischen Konstanten sind in eckige Klammern eingeschlossen, um anzudeuten, dass die so erhaltenen Werte im allgemeinen nur rohe Näherungswerte sind.

Aus den Werten $\varphi_1 = 54^0\,57'$ und $\varphi_2 = 81^0\,30'$ ergibt sich:

$$\Phi_1 = \sin\varphi_1 \operatorname{tg}\varphi_1 = 1{,}167;$$
$$\Phi_2 = \sin\varphi_2 \operatorname{tg}\varphi_2 = 6{,}618.$$

Hieraus und aus dem Werte $\mathfrak{P} = 0{,}700$ findet man ach (29)

$$[\varkappa^2 + \nu^2] = 7{,}723;\ [\nu] = 2{,}725;\ [\varkappa] = 0{,}545.$$

Mit Hilfe dieser rohen Werte $[\varkappa]$ und $[\nu]$ werden nun genauere Werte $(\varkappa)$ und (ν) berechnet. Setzt man[1]) $[\varkappa]$, $[\nu]$ und φ_1 bezw. $[\varkappa]$, $[\nu]$ und φ_2 in (27) ein, so erhält man die Korrektionsgrössen s_1 und n_1, bezw. s_2 und n_2.

Es ist für Selen und rotes Licht

$$n_1 = -0{,}048 \quad | \quad s_1 = -0{,}081$$
$$n_2 = -0{,}068 \quad | \quad s_2 = -0{,}116$$

Man kann nun leicht Gleichungen ableiten, welche genauere Werte $(\varkappa_2 + \nu_2)$ und (ν) zu berechnen gestatten. Der Polarisationsgrad ist für die beiden Einfallswinkel φ_1 und φ_2 nach (6) und (27)

$$(30)\quad \mathfrak{P} = \frac{2(\nu)(1+n_1)\Phi_1}{(\varkappa^2+\nu^2)(1+s_1)+\Phi_1{}^2} = \frac{2(\nu)(1+n_2)\Phi_2}{(\varkappa^2+\nu^2)(1+s_2)+\Phi_2{}^2}.$$

Aus den beiden zweiten (bezw den beiden ersten) Teilen der Gleichungen (30) ergibt sich der genauere Wert $(\varkappa^2 + \nu^2)$ (bezw. der genauere Wert (ν); man erhält

$$(31)\quad \begin{cases} (\varkappa^2+\nu^2) = \Phi_1\Phi_2 \dfrac{\Phi_2(1+n_1) - \Phi_1(1+n_2)}{\Phi_2(1+n_2)(1+s_1) - \Phi_1(1+n_1)(1+s_2)}; \\ (\nu) = \mathfrak{P}\dfrac{[\Phi_1{}^2 + (\varkappa^2+\nu^2)(1+s_1)]}{2(1+n_1)\Phi_1}. \end{cases}$$

---

[1]) Bequemer ist es, die Korrektionsgrössen aus Tabellen zu entnehmen, die Herr Martens berechnet hat.

Diese Formeln kann man unter Benutzung von (29) bei Weglassung der Glieder zweiter Ordnung in der folgenden, für die Berechnung bequemeren Form schreiben:

$$(z^2 + \nu^2) = [z^2 + \nu^2]\left\{1 - \frac{\Phi_2(n_1 - n_2 - s_1) + \Phi_1(n_1 - n_2 + s_2)}{\Phi_2 - \Phi_1}\right\};$$

$$(\nu) = \frac{\mathfrak{P}}{2}(1 - n_1)\left\{\Phi_1 + \frac{(z^2 + \nu^2)(1 + s_1)}{\Phi_1}\right\}. \quad (32)$$

Hiernach findet man für Selen und rotes Licht:

$$(z^2 + \nu^2) = [z^2 + \nu^2] \cdot 1{,}102 = 8{,}52;$$
$$(\nu) = 2{,}89; \quad (z) = 0{,}42.$$

Aus der beobachteten $\mathfrak{P}\,\varphi$ Kurve ergibt sich ferner

$$\mathfrak{P} = 0{,}900, \quad \varphi_1 = 63^0\,21'; \quad \varphi_2 = 77^0.$$

Hieraus findet man

$$[z^2 + \nu^2] = 7{,}516; \quad [\nu] = 2{,}700; \quad [z] = 0{,}475;$$
$$(z^2 + \nu^2) = 8{,}33; \quad (\nu) = 2{,}86; \quad (z) = 0{,}39.$$

Die beiden Wertepaare

$\mathfrak{P}$	z	ν
0,700	0,42	2,89
0,900	0,39	2,86
	0,40	**2,87**

stimmen befriedigend mit einander und mit den von anderen Beobachtern gefundenen Werten überein (siehe Tab. 9). Die kleinen Abweichungen sind nicht etwa in dem Rechenverfahren begründet, sondern in der Ungenauigkeit der beiden benutzten Wertepaare φ_1, φ_2. Da der Einfluss dieser Ungenauigkeit bei $\mathfrak{P} = 0{,}9$ kleiner ist als bei $\mathfrak{P} = 0{,}7$, so wurde den für $\mathfrak{P} = 0{,}9$ gefundenen Konstanten grösseres

Gewicht beigelegt, als den für $\mathfrak{P} = 0{,}7$ gefundenen. Demnach sind $\varkappa = 0{,}40$ und $\nu = 2{,}87$ die wahrscheinlichsten Werte der Konstanten. Diese sind zur Berechnung der Kurve Fig. 12 benutzt.

Tab. 9

Wellenlänge	760	718	710	687	656	640	589	550 $\mu\mu$
Wood [1] $\varkappa$	0,061	—	0,121	—	—	0,243	0,454	0,768
Wood [1] ν	2,612	2,644	2,650	2,680	2,729	2,770	2,925	—
Martens [2] ν	2,616	2,650	—	2,689	—	—	—	—
Sirks [3] ν	2,654	2,692	—	2,730	2,787	—	2,980	—
Becquerel [4] ν	—	2,655	—	—	—	—	—	—

Um das Rechenverfahren unabhängig von Beobachtungsfehlern zu prüfen, hat Herr Martens für $\varkappa = 0{,}4000$ und $\nu = 2{,}9000$ die Polarisationsgrade $\mathfrak{P}$ für eine grosse Anzahl von Einfallswinkeln φ berechnet. Hieraus hat er zunächst graphisch, sodann rechnerisch genaue Werte von φ_1 und φ_2 ermittelt. Aus diesen fingierten Beobachtungen ergaben sich folgende Wertepaare.

$\mathfrak{P}$	$\varkappa$	ν
0,5000	0,41	2,897
0,7000	0,40	2,896
0,9000	0,37	2,902

Hieraus folgt die Brauchbarkeit des Martens'schen Rechenverfahrens.

Lediglich auf Grund von Beobachtungen des Polarisationsgrades lassen sich so die optischen Konstanten $\varkappa$ und ν berechnen. Die Rechnung ist etwas mühsamer, die Beobachtung erheblich einfacher, als bei der viel benutzten

[1] R. W. Wood, Phil. Mag. (6), **3**, 607—622; 1902.
[2] F. F. Martens, Verh. der deutsch. Physik. Ges. **4**, 144; 1902.
[3] J. L. Sirks, Pogg. Ann. **143**, 429—439; 1871.
[4] H. Becquerel, Ann. chim. phys. (5), **12**, 31; 1877.

Methode der Hauptwinkel. Bei letzterer muss bekanntlich ausser dem Polarisationsgrad noch eine zweite Eigenschaft der reflektierten Strahlung — der Phasenunterschied der beiden Komponenten — beobachtet werden.

VIII. Resultate.

1. Durch die vorliegende Arbeit sind unsere Kenntnisse über die Durchlässigkeitsgebiete verschiedener Substanzen erweitert.

Es war bekannt, dass krystallinischer Schwefel für grössere Wellenlängen als 535 $\mu\mu$ durchlässig ist; Verf. hat gezeigt, dass auch Strahlen zwischen den Wellenlängen 434 $\mu\mu$ und 535 $\mu\mu$ noch hindurchgehen, aber nicht die kürzeren Strahlen zwischen 185 $\mu\mu$ und 434 $\mu\mu$.

Vom flüssigen Schwefel hat Verf. gezeigt, dass ultraviolette Strahlen zwischen 185 $\mu\mu$ und 400 $\mu\mu$ nicht hindurchgehen, wohl aber Strahlen grösserer Wellenlänge.

Vom Phosphor hat Verf. nachgewiesen, dass keine ultravioletten Strahlen hindurchgelassen werden.

2. Eine Anzahl von Brechungsindices ist zum ersten Male bestimmt; so die Indices von krystallinischem Schwefel zwischen 434 und 535 $\mu\mu$, für flüssigen Schwefel zwischen 400 und 570 $\mu\mu$.

3. Ferner sind zahlreiche Brechungsindices, die schon bekannt waren, nochmals gemessen worden; so die Indices von Flussspath zwischen 185 und 467 $\mu\mu$, von krystallinischem Schwefel zwischen 535 und 768 $\mu\mu$, von Selen bei etwa 630 $\mu\mu$.

4. Verfasser hat ferner eine Methode ausgearbeitet, mit Wechselstrom von ca. 100 Ampere Schwefel und Phosphor so zu schmelzen, dass die geschmolzenen Substanzen in einfacher Weise optisch untersucht werden können.

5. Die Beobachtungen des Verf. an Selen sind eine Bestätigung der Reflexionsgleichungen, welche den

Polarisationsgrad $\mathfrak{P}$ mit dem Einfallswinkel φ und den optischen Konstanten $\varkappa$ und ν verknüpfen.

6. Es ist nachgewiesen, dass die Cauchy'schen Reflexionsgleichungen mit der Martens'schen Form der Reflexionsgleichungen übereinstimmen.

Herrn Professor Martens ist der Verfasser für die Anregung und Förderung dieser Untersuchung zu grossem Danke verpflichtet.

Berlin, Physikalisches Institut der Handels-Hochschule.

September 1911.

Lebenslauf.

Ich, Erich Schmidt, wurde am 3. März 1879 zu Berlin als Sohn des Kaufmanns Theodor Schmidt geboren. Ich bin evangelischer Konfession. Meine Vorbildung erhielt ich auf dem Kaiser-Wilhelm-Realgymnasium zu Berlin, dass ich Ostern 1899 mit dem Zeugnis der Reife verliess. Nach einjähriger praktischer Tätigkeit studierte ich auf der Technischen Hochschule zu Charlottenburg Maschinenbau. Zur Fortsetzung meiner Studien wandte ich mich Mai 1905 nach Rostock, wo ich mich neben Mathematik und physikalischer Chemie hauptsächlich mit Physik beschäftigte. Die Promotionsprüfung bestand ich am 27. November 1911.

Allen meinen hochverehrten Lehrern bin ich zu grossem Dank verpflichtet.